

EPFL 2023-2024

Nom : _____

GC BA3

Prénom : _____

Examen – Mécanique des milieux continus : partie théorique.

Aucun matériel autorisé, pas de calculatrice ni de feuille de brouillon.

45 min, 12 points ($\frac{1}{3}$ de l'examen écrit)

Notez vos réponses sur ce document (brouillon mis à disposition)

Exercice 1 : Simplifier (a, b, c), démontrer (d), ou invalider (e) les expressions suivantes (3 points)

- (a) $\epsilon_{ijk}\delta_{ij}$ où ϵ_{ijk} est le symbole de permutation
- (b) $\epsilon_{ijk} - \epsilon_{jki}$
- (c) $\delta_{ii}A_{kl}$
- (d) Montrer que $\mathbf{T} : \mathbf{W} = 0$ si $\mathbf{T}$ est un tenseur symétrique et $\mathbf{W}$ est un tenseur antisymétrique.
- (e) Justifier pourquoi les expressions suivantes ne sont pas correctes :
 - $C_{ijkl}\epsilon_{kk}$
 - $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, où $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ sont des tenseurs d'ordre 2
 - $\mathbf{uv}$, où $\mathbf{u}$ et $\mathbf{v}$ sont des vecteurs.

Exercice 2 : Accélération (2 points)

Dans une région les composantes du champ de vitesse sont :

- $v_x = -A(x^3 + xy^2)e^{-kt}$
- $v_y = A(x^2y + y^3)e^{-kt}$
- $v_z = 0$

où A et k sont des constantes, x, y, z les coordonnées spatiales et t le temps. Calculer l'accélération d'une

particule qui est à la position $(1, 1, 0)$ au temps $t = 0$.

Exercice 3 : *Tenseur des contraintes de Cauchy (2 points)*

Ecrire (en matriciel ou indiciel) les équations d'équilibre ainsi que les conditions limites en traction que doit satisfaire le tenseur des contraintes de Cauchy, σ . Sans refaire la démonstration, dans les grandes lignes, comment avons-nous pu démontrer que σ est symétrique.

Exercice 4 : *Energie potentielle (1 point)*

Donner le principe du minimum en énergie potentielle.

Exercice 5 : *Théorème de superposition (1 point)*

Donner le théorème de superposition.

Exercice 6 : *Formule des chaudronniers (1 point)*

Donner la formule des chaudronniers.

Exercice 7 : *Pression hydrostatique (1 point)*

En utilisant les équations d'équilibre, donner la pression hydrostatique en fonction de la profondeur dans un liquide au repos (vous pouvez négliger la pression atmosphérique).

Exercice 8 : *Trace du tenseur des déformations infinitésimales (2 points)*

Prouver que la trace de ε donne le changement de volume relatif.

Avec un cercle de Mohr, répondre à la question suivante : Dans un problème en déformations planes, si la trace de ε est nulle, peut-on dire que le cisaillement est nul ?